

Roll No.

AH-5472

**B. C. A. (Second Semester)
EXAMINATION, May-June, 2025**

[(Bridge Course) For Non Mathematical Students]

ALGEBRA

(MAGE-02)

Time : Three Hours

Maximum Marks : 70

नोट : सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

Attempt all questions.

खण्ड—अ

(Section—A)

नोट : निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

10×1=10

Answer the following questions.

1. (i) समीकरणों के निकाय $AX = B$ की संगतता का प्रतिबंध लिखिए।

Write down the condition for consistency of system of equations $AX = B$.

P. T. O.

- (ii) कैनोनिकल रूप के आव्यूह का एक उदाहरण दीजिए।

Give an example of canonical form of a matrix.

- (iii) $A = \{1, 3, 5, 7, 8\}$; $B = \{2, 4, 7, 8, 9\}$, $B - A$ ज्ञात कीजिए।

$A = \{1, 3, 5, 7, 8\}$; $B = \{2, 4, 7, 8, 9\}$, find $B - A$.

- (iv) यदि $aRb = a^2 - 4ab + 3b^2 = 0$, क्या यह संबंध सममित है ?

If $aRb = a^2 - 4ab + 3b^2 = 0$. Is this relation symmetric ?

- (v) क्या $f(t) = t^2, t \in [-1, 1]$ एकैकी है ?

Is $f(t) = t^2, t \in [-1, 1]$ one-one ?

- (vi) सरल समूह को परिभाषित कीजिए।

Define simple group.

- (vii) वह प्रतिबंध बताइए कि समीकरण $x^3 + 3ax + b = 0$ के सभी मूल वास्तविक और पृथक् हों।

Give the condition that all the roots of equation $x^3 + 3ax + b = 0$ are real and different.

(viii) समीकरण बनाइए जबकि इस के मूल -3 और $-1 - 2i$ हों।

Construct equation when its roots are -3 and $-1 - 2i$.

(ix) $25x \equiv 12 \pmod{10}$ का हल है या नहीं, समझाइए।

Explain equation $25x \equiv 12 \pmod{10}$ has a solution or not.

(x) यदि $f: \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{10\}; f = \{(1, 10), (2, 10), (3, 10)\}$ हैं, तो फलन f का प्रकार बताइए।

If $f: \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{10\}; f = \{(1, 10), (2, 10), (3, 10)\}$, what type of function is this function f ?

खण्ड—ब

(Section—B)

नोट : निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए (लघु उत्तरीय प्रश्न)।

4×5=20

Answer the following questions (Short answers type).

2. (i) किसी विषम हर्मिटी आव्यूह के अभिलाक्षणिक मूलों का प्रकार ज्ञात कीजिए।

Find the types of characteristic roots of any skew Hermitian matrix.

P. T. O.

(ii) सिद्ध कीजिए :

$$A \cap B \subseteq A$$

Prove that :

$$A \cap B \subseteq A$$

(iii) हल कीजिए :

$$[15 \pmod{8} \times 11 \pmod{8}] \pmod{8}$$

Solve :

$$[15 \pmod{8} \times 11 \pmod{8}] \pmod{8}$$

(iv) वह प्रतिबंध ज्ञात कीजिए कि समीकरण :

$$x^3 + 3ax^2 + 3bx + c = 0$$

के मूल गुणोत्तर श्रेणी में हों।

Find the condition that the roots of equation :

$$x^3 + 3ax^2 + 3bx + c = 0$$

are in Geometrical Progression.

(v) क्या $A = \{0, 1, 2, 3, +_4\}$ एक समूह है ?

समझाइए।

Is $A = \{0, 1, 2, 3, +_4\}$ a group ? Explain.

खण्ड—स

(Section—C)

नोट : सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न 10 अंक का है।

4×10=40

Answer each question. Each question carries
10 marks.

3. (i) प्रारंभिक रूपांतरण द्वारा निम्नलिखित आव्यूह का
प्रतिलोम ज्ञात कीजिए :

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & -2 \\ -3 & 0 & -5 \\ 2 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

Find inverse of the following matrix by
elementary transformation :

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & -2 \\ -3 & 0 & -5 \\ 2 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

P. T. O.

अथवा

(Or)

प्रसामान्य रूप में बदलकर निम्नलिखित आव्यूह की

शून्यता ज्ञात कीजिए :

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & -1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ -2 & 3 & 2 & 5 \\ 4 & -6 & -4 & -10 \end{bmatrix}$$

Find nullity of following matrix by changing it in normal form :

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & -1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ -2 & 3 & 2 & 5 \\ 4 & -6 & -4 & -10 \end{bmatrix}$$

(ii) $f : \{(1, 2), (3, 5), (4, 1)\}; g : \{(1, 3), (2, 3), (5, 1)\}$, तो $g \circ f$ ज्ञात कीजिए।

$f : \{(1, 2), (3, 5), (4, 1)\}; g : \{(1, 3), (2, 3), (5, 1)\}$, find $g \circ f$.

अथवा

(Or)

A' को परिभाषित कीजिए जबकि A कोई समुच्चय है। यदि $A \subseteq B$, तो A' और B' के बीच संबंध ज्ञात कीजिए।

If A is any set define A' . If $A \subseteq B$, then find a relation between A' and B' .

(iii) समीकरण $36x^4 - 60x^3 + 37x^2 - 4x + 1 = 0$ के सभी मूलों को ज्ञात कीजिए।

Find all the roots of equation :

$$36x^4 - 60x^3 + 37x^2 - 4x + 1 = 0$$

अथवा

(Or)

वह समीकरण ज्ञात कीजिए जिसके मूल दिए गए समीकरण :

$$x^4 + 3x^3 - 6x^2 + 2x - 4 = 0$$

के मूलों के व्युत्क्रमों के दुगुने हैं।

Find the equation whose roots are double of reciprocal of the roots of given equation :

$$x^4 + 3x^3 - 6x^2 + 2x - 4 = 0$$

(iv) यदि $S = \{(a, b) : a, b \in R\}$ तथा $*$, $(a, b) *$

$(c, d) = (ac, bc + d)$ । क्या $(S, *)$ एक समूह है ?

If $S = \{(a, b) : a, b \in R\}$ and $(a, b) *$

$(c, d) = (ac, bc + d)$. Is $(S, *)$ a group ?

अथवा

(Or)

दो उपसमूहों H_1 और H_2 के लिए वह शर्त ज्ञात

कीजिए जबकि $H_1 \cup H_2$ भी एक उपसमूह हो।

Find the condition for two subgroups H_1 and

H_2 that $H_1 \cup H_2$ is a group.

× × × × ×